

Colegiul Naţional "Mircea cel Bătrân" Constanţa

Concursul Naţional de Matematică "N. N. Mihăileanu"

Ediţia a XVII-a, 28 mai 2016

Clasa a VII-a

Subiectul 1

Rezolvaţi în mulţimea numerelor întregi ecuaţia $9^{x+2}+4^{y-2}-2\cdot 3^{x+3}-2^{y-1}+10=0.$

Gazeta Matematică

Subiectul 2

a) Să se determine $m,n\in \mathbf{N}^*$, $m\geq n$ astfel încât $4m^2+\frac{9}{n^2}+2\left(2m-\frac{3}{n}\right)=11.$

b) Să se determine $m,n\in \mathbf{N}^*$ astfel încât $\left[4m^2+\frac{9}{n^2}\right]+2\left[2m-\frac{3}{n}\right]=11$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x.

* * *

Subiectul 3

În interiorul triunghiului dreptunghic isoscel ABC cu $m(\sphericalangle BAC)=90^\circ$ se construieşte triunghiul isoscel BCD cu $m(\sphericalangle BDC)=120^\circ$. Dacă $[BT$, $T\in CD$ şi $[CM$, $M\in BD$ sunt bisectoarele unghiurilor DBC, respectiv DCB, iar $\{E\}=BD\cap AC$, se cere:

a) Demonstraţi că perimetrul triunghiului MAT este mai mare decât lungimea segmentului BE.

b) Dacă $BE=4\sqrt{3}$ cm, calculaţi aria triunghiului MDT.

Nicolae Jurubiţă

Subiectul 4

Fie ABC un triunghi ascuţitunghic cu lungimile laturilor $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, având înălţimile AD, BE, CF şi ortocentrul H. Demonstraţi că

$$AH\cdot AD+BH\cdot BE+CH\cdot CF=\frac{a^2+b^2+c^2}{2}.$$

* * *

Notă. Timp de lucru: 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă are 7 puncte.